

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN  
(RPP)**

Sekolah : SMA Santa Maria  
 Mata Pelajaran : Matematika Peminatan  
 Materi Pokok : Limit fungsi Trigonometri  
 Kelas/Semester : XII/Ganjil  
 Understanding : Masalah yang sulit dapat diselesaikan dengan solusi yang tepat dengan mempertimbangkan dari segala sudut pandang.

Tujuan :  
 Setelah mengikuti proses pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat jujur, bertanggung jawab dan disiplin serta teliti saat diskusi hingga mengerjakan tugas yang diberikan mengenai

**Menentukan nilai limit fungsi trigonometri menggunakan metode substitusi dan penyederhanaan.**

Strategi/Prose/Metode Pembelajaran: **Student Centered Learning (SCL)**

Media Pembelajaran :

**Media** : Worksheet atau lembar kerja (siswa)

**Alat/Bahan** : Spidol, papan tulis, Laptop & infocus

**Sumber Belajar** : Buku Siswa: Matematika Jilid 3 untuk SMA/MA Kelas XII Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam, Sukino, M.Sc., Jakarta: Erlangga, 2018

Alokasi Waktu : 180 Menit

Langkah Pelaksanaan Pembelajaran	
I. Pendahuluan	Melakukan pembukaan dengan salam pembuka dan berdoa untuk memulai pembelajaran, memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin
	Mengaitkan materi/tema/kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan dengan pengalaman peserta didik dengan materi/tema/kegiatan sebelumnya serta mengajukan pertanyaan untuk mengingat dan menghubungkan dengan materi selanjutnya.
	Menyampaikan motivasi tentang apa yang dapat diperoleh (tujuan & manfaat) dengan mempelajari materi : <b>Menentukan nilai limit fungsi trigonometri menggunakan metode substitusi dan penyederhanaan.</b>
	Menjelaskan hal-hal yang akan dipelajari, kompetensi yang akan dicapai, serta metode belajar yang akan ditempuh,
	Melakukan pembukaan dengan salam pembuka dan berdoa untuk memulai pembelajaran, memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin
II. Kegiatan Inti <ul style="list-style-type: none"> <li>• Kognitif</li> <li>• Skill</li> <li>• Afektif</li> </ul>	Peserta didik mengamati grafik suatu fungsi yang ditampilkan oleh guru
	Guru menginformasikan bahwa dari grafik akan ditemukan nilai limit suatu fungsi
	Pesertadidik dibentuk dalam beberapa kelompok dan guru memberikan LKPD yang diberikan
	Peserta didik mendiskusikan dan mengisi LKPD yang diberikan
	Peserta didik mempresentasikan hasil diskusi kelompok dan menanggapi hasil diskusi kelompok lain

	Guru memberikan penguatan terhadap tanggapan peserta didik	
	Guru Bersama peserta didik membuat kesimpulan materi pelajaran	
III. Kegiatan Penutup	Guru melakukan penilaian tes lisan	
	Peserta didik merefleksikan pembelajaran	
	Guru menyampaikan materi pada pertemuan berikutnya	
	Guru mengucapkan salam	
IV. Penilaian	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Penilaian Pengetahuan</b> berupa tes tertulis pilihan ganda &amp; tertulis uraian, tes lisan / observasi terhadap diskusi tanya jawab dan percakapan serta penugasan</li> <li>- <b>Penilaian Keterampilan</b> berupa penilaian unjuk kerja, dan penilaian portofolio</li> </ul>	

Pekanbaru, 8 Juli 2020

Guru Pengampu,

Mariana Sitanggang

## JURNAL PERKEMBANGAN SIKAP LAMPIRAN

### A. PENILAIAN SPRITUAL DAN SOSIAL

- Teknik penilaian : observasi
- Instrumen penilaian : Jurnal Penilaian

### JURNAL PENILAIAN SIKAP SPRITUAL DAN SOSIAL

**Petunjuk:**

1. Amati perkembangan sikap siswa menggunakan jurnal pada setiap pertemuan.
2. Isi jurnal dengan menuliskan sikap atau perilaku siswa yang menonjol, baik yang positif maupun yang negatif. Untuk siswa yang pernah memiliki catatan perilaku kurang baik dalam jurnal, apabila telah menunjukkan perilaku (menuju) yang diharapkan, perilaku tersebut dituliskan dalam jurnal (meskipun belum menonjol).

No	Tanggal	Nama Siswa	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Tanda tangan	Tindakan Lanjut
1.						
2.						

No	Tanggal	Nama Siswa	Catatan Perilaku	Butir Sikap	Tanda tangan	Tindakan Lanjut
3.						
4.						
5.						
dst						

**B. PENILAIAN PENGETAHUAN**

**LEMBAR PENILAIAN PENGETAHUAN**

Mata Pelajaran	: Matematika	Satuan Pendidikan	: SMA
Kelas/ Semester	: XII Peminatan/1	Alokasi waktu	: 15 menit
Materi Pokok	: Limit Fungsi Trigonometri	Bentuk soal	: Uraian
		Jumlah soal	: 3 butir

**KISI-KISI SOAL KUIS**

KD	Materi Pokok	Prosesliterasi	Indikator Soal	Bentuk Soal	No. Butir Soal	Soal Kuis
3.1 Menjelaskan dan menentukan limit fungsi trigonometri. 4.1 Menyelesaikan masalah berkaitan dengan limit fungsi trigonometri.	Limit Fungsi Trigonometri	1. Merumuskan strategi untuk memecahkan masalah ( <i>devising strategy</i> ) 2. Menjelaskan solusi dan konteksnya. ( <i>communication</i> ). 3. Mempresentasikan solusi dari permasalahan ke dalam bentuk deskripsi tekstual ( <i>Representation</i> ).	Menentukan nilai dari limit sinus.	Uraian	1	Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{6x}$ !

KD	Materi Pokok	Prosesliterasi	Indikator Soal	Bentuk Soal	No. Butir Soal	Soal Kuis
		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Merumuskan strategi untuk memecahkan masalah (<i>devising strategy</i>)</li> <li>2. Menjelaskan solusi dan konteksnya. (<i>communication</i>).</li> <li>3. Mempresentasikan solusi dari permasalahan kedalam bentuk deskripsi tekstual (<i>Representation</i>)</li> </ol>	Menentukan nilai dari limit sinus dan tangen.		2	Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\tan 10x}$ !
		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Merumuskan strategi untuk memecahkan masalah (<i>devising strategy</i>)</li> <li>2. Menjelaskan solusi dan konteksnya. (<i>communication</i>).</li> <li>3. Mempresentasikan solusi dari permasalahan kedalam bentuk deskripsi tekstual</li> </ol>	Menentukan nilai dari limit sinus dengan perbandingan trigonometri.		3	Tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ !

KD	Materi Pokok	Prosesliterasi	Indikator Soal	Bentuk Soal	No. Butir Soal	Soal Kuis
		<i>(Representation).</i>				





	Jadi nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\tan 10x}$ adalah $\frac{4}{5}$ .	
3.	<p>Diketahui: <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}</math></p> <p>Ditanya: Nilai dari <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}</math></p> <p>Jawab:</p> <p>Rumus perbandingan trigonometri</p> $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ <p>dan sudut ganda pada cosinus</p> $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \leftrightarrow 2 \sin^2 x = 1 - \cos x$ $\cos x = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2}x \leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{1}{2}x = 1 - \cos x$ <p>Maka</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x - \sin x \cos x}{\cos x}}{x^3}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3} \cdot \frac{1}{\cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \left( 2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}ax \right) \right)}{x^3} \cdot \frac{1}{\cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}ax \right)}{4 \left( \frac{1}{4}x^2 \right)} \cdot \frac{1}{\cos x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{\frac{a}{2}x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \left( \frac{1}{2}ax \right)}{4 \left( \frac{1}{4}x^2 \right)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2}{4} \lim_{\frac{a}{2}x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \left( \frac{1}{2}ax \right)}{\frac{1}{4}x^2}$ $= 1 \cdot \frac{2}{4} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ <p>Jadi nilai dari <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}</math> adalah <math>\frac{1}{2}</math>.</p>	<p>2</p> <p>3</p> <p>5</p>
<b>Skor Total</b>		<b>30</b>

### C. PENILAIAN KETERAMPILAN

#### 1. KISI-KISI PENILAIAN KETERAMPILAN UJUK KERJA (PRESENTASI)

Teknik penilaian

: Unjuk kerja ( Presentasi )

**Bentuk Instrumen : Skala Penilaian**

<b>Materi</b>	<b>Indikator soal</b>	<b>Teknik penilaian</b>
Bangun Ruang Sisi Datar	Menjelaskan langkah-langkah menemukan nilai limit	Unjuk Kerja ( Presentasi)

**2. LEMBAR INSTRUMEN PENILAIAN UNJUK KERJA (PRESENTASI)**

**Mata pelajaran : Matematika**

**Kelas/Semester : VIII/ Genap**

No.	Nama Peserta didik	Aspek Penilaian												
		Penampilan				Penguasaan materi				Sistematika penyampaian				Rerata Nilai
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	
1.														
2.														

Keterangan Skor:

<b>Aspek Penilaian</b>	<b>Indikator penilaian</b>	<b>SKOR</b>
Penampilan	kurang dalam penampilan	1
	cukup baik dalam penampilan	2
	baik dalam penampilan	3
	sangat baik dalam penampilan	4
Penguasaan materi	kurang menguasai materi	1
	cukup menguasai materi	2

	menguasai materi dengan baik	3
	sangat baik dalam penguasaan materi	4
Sistematika penyampaian	kurang dalam sistematika penyampaian	1
	cukup baik dalam sistematika penyampaian	2
	baik dalam sistematika penyampaian	3
	sangat baik dalam sistematika penyampaian	4

Skor perolehan Nilai = ----- X 100 Skor maksimal
--

## LKPD

Satuan Pendidikan : SMA  
 Kelas/ Semester : XII / 1  
 Materi : Limit Fungsi Trigonometri  
 Alokasi Waktu : 20 menit

**Tujuan:**  
 Melalui model PBL berbantuan LKPD dan powerpoint, peserta didik dapat menentukan nilai limit fungsi trigonometri menggunakan metode substitusi dan

### PETUNJUK

1. Bentuklah kelompok diskusi untuk mengerjakan soal pada lembar kerja ini.
2. Lakukan kegiatan berikut dengan mengisi titik-titik yang telah disediakan.
3. Jika mengalami kesulitan, bertanyalah kepada guru.

## KEGIATAN AWAL

### Limit fungsi aljabar

Tentukan nilai limit berikut :

1)  $\lim_{x \rightarrow 5} 2x^2 + 3x - 4 = \dots$

2)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 7x + 12} \dots$

### Identitas trigonometri

Lengkapi identitas trigonometri di bawah ini:

1)  $\sin^2 x + \cos^2 x = \dots$

2)  $\sin 2x = \dots$

3)  $\cos 2x = \begin{cases} \cos^2 x - \dots \\ 2 \cos^2 x - \dots \\ \dots - 2 \sin^2 x \end{cases}$

$$4) \sin A + \sin B = 2 \sin \left( \frac{\dots + \dots}{2} \right) \cos \left( \frac{\dots - \dots}{2} \right)$$

$$5) \sin A - \sin B = 2 \cos \left( \frac{\dots + \dots}{2} \right) \sin \left( \frac{\dots - \dots}{2} \right)$$

$$6) \cos A + \cos B = \dots$$

$$7) \cos A - \cos B = \dots$$

## KEGITAN INTI

Tentukan nilai limit fungsi berikut.

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\tan x} \quad 2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$$

Penyelesaian:

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\tan x} = \dots$$

Substitusikan  $x = \frac{\pi}{4}$  ke dalam fungsi tersebut, diperoleh:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\tan x} &= \frac{\sin \dots + \cos \dots}{\tan \dots} \\ &= \frac{\dots + \dots}{\dots} \\ &= \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{\tan x} = \dots$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = \dots$$

Substitusikan  $x = \frac{\pi}{2}$  ke dalam fungsi tersebut, diperoleh:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} &= \frac{1 - \sin \dots}{(\cos \dots)^2} \\ &= \frac{\dots - \dots}{\dots} \\ &= \frac{\dots}{\dots} \end{aligned}$$

Diperoleh  $\frac{\dots}{\dots}$  yang merupakan bentuk tak tentu. Oleh karena itu, limit fungsi ini harus disederhanakan terlebih dahulu. Ini bisa dilakukan dengan mengingat rumus:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ dan } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x = \dots - \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x = ( \dots + \dots ) ( \dots - \dots )$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\dots + \dots)(\dots - \dots)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\dots}{\dots} && \text{(sederhanakan)} \\ &= \frac{\dots}{\dots} && \text{(Substitusikan } x = \frac{\pi}{2} \text{)} \\ &= \frac{\dots}{\dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi,  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = \dots$

## KESIMPULAN

1. Untuk menentukan nilai limit fungsi trigonometri  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  dapat dilakukan dengan metode  $\dots$ , yaitu dengan langsung menyubstitusikan  $x = \dots$  ke  $\dots$ . Dengan syarat hasilnya terdefinisi (tidak muncul bentuk tak tentu  $\frac{\dots}{\dots}$ )
2. Apabila menggunakan metode substitusi dihasilkan bentuk  $\frac{\dots}{\dots}$ , maka dapat digunakan metode  $\dots$ , yaitu dengan menyederhanakan faktor yang menyebabkan dihasilkannya bentuk tak tentu pada pembilang dan penyebut.