

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Jenjang Sekolah : SMA Negeri 1 Leuwimunding
Mata pelajaran : Matematika Wajib
Kelas/Semester : XI / Ganjil
Alokasi Waktu : 30 menit
Materi Pokok : Transformasi Geometri
Sub Materi : Refleksi

Kelompok :

Anggota :

1.
2.
3.
4.

KOMPETENSI DASAR

- 3.5 Menganalisis dan membandingkan transformasi dan komposisi transformasi dengan menggunakan matriks
- 4.5 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan matriks transformasi geometri (translasi, refleksi, dilatasi dan rotasi)

INDIKATOR PENCAPAIAN KOMPETENSI

- 3.5.3 Mendeteksi sifat-sifat transformasi geometri refleksi (C4)
- 3.5.4 Membandingkan hasil transformasi geometri refleksi (sumbu x, sumbu y, garis $y = x$ dan garis $y = -x$) menggunakan matriks (C4)
- 4.5.2 Memecahkan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri (refleksi) (C4)

TUJUAN

Melalui pembelajaran luring dengan model *Problem Based Learning* dengan pendekatan saintifik dan metode diskusi kelompok dengan bantuan LKPD (**Condition**), peserta didik (**Audience**) diharapkan terlibat aktif, disiplin dan bekerjasama (**PPK Integritas**) dalam kegiatan pembelajaran, sehingga mampu:

1. Mendeteksi sifat-sifat transformasi geometri refleksi (sumbu x , sumbu y , garis $y = x$, dan garis $y = -x$) menggunakan matriks (**Behaviour**) dengan benar (**Degree**)
2. Membandingkan hasil transformasi geometri refleksi (sumbu x , sumbu y , garis $y = x$, dan garis $y = -x$) menggunakan matriks (**Behaviour**) dengan tepat (**Degree**)
3. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan transformasi geometri refleksi (**Behaviour**) dengan benar (**Degree**)

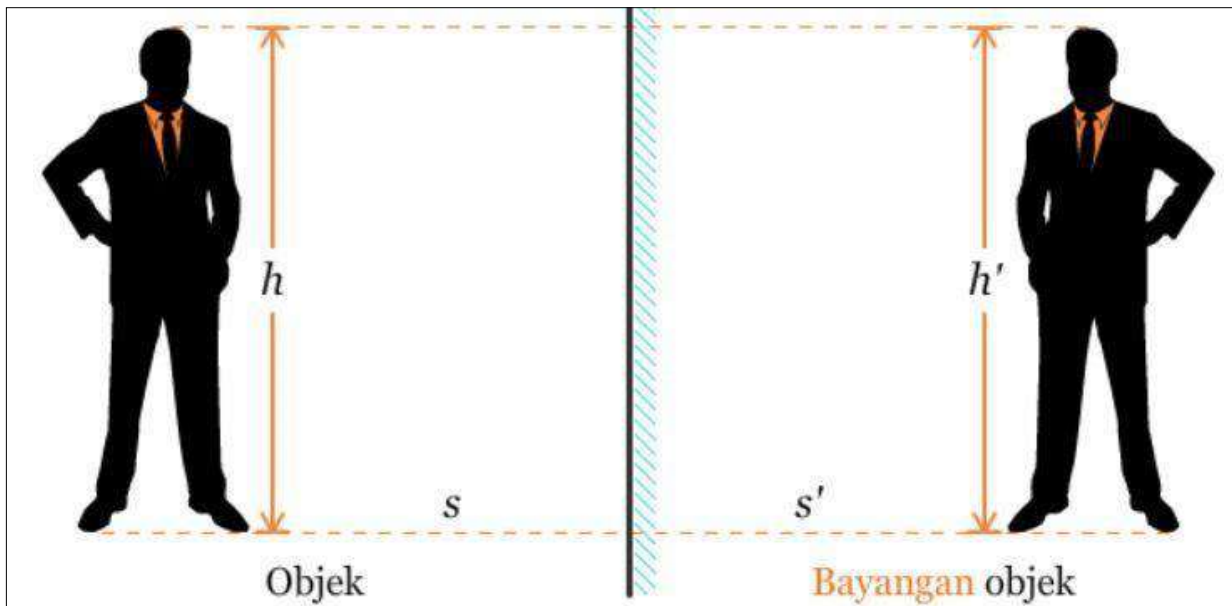
PETUNJUK

1. Cermati dan ikutilah langkah-langkah yang ada pada setiap kegiatan.
2. Kerjakan bersama dengan teman satu kelompok melalui diskusi.
3. Tanyakan kepada guru jika mengalami kesulitan dalam mengerjakan lembar kerja ini.
4. Selamat mengerjakan ☺



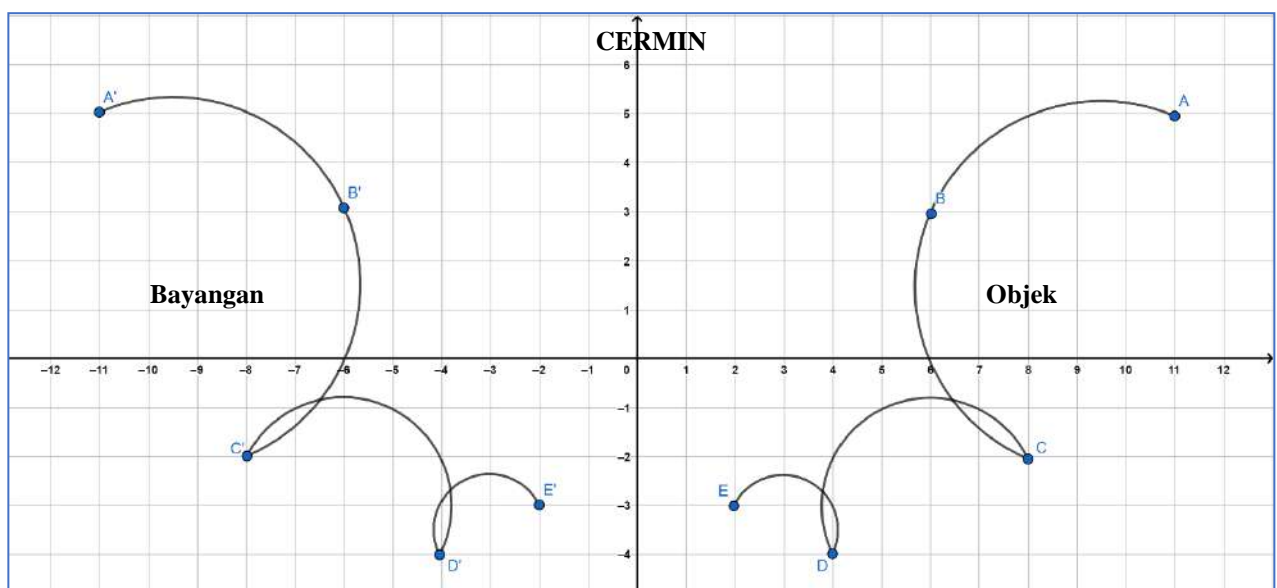
KEGIATAN 1: SIFAT REFLEKSI

Bacalah permasalahan berikut.



Bercermin merupakan kegiatan yang setiap hari kamu lakukan. Setiap kali kamu bercermin, apa yang dapat kamu nyatakan mengenai bayanganmu? Apakah bayangan tersebut memiliki bentuk yang sama dengan kamu? Apakah setiap kamu mendekat ke cermin, bayangan kamu juga mendekat ke cermin? Bagaimana dengan posisi menghadap bayangan, apakah tangan kananmu menjadi tangan kiri dari bayangan?

Perhatikan gambar pencerminan yang disajikan pada koordinat kartesius berikut ini!



Amati jarak objek ke cermin dan jarak bayangan ke cermin! Apakah titik pada objek memiliki jarak yang sama dengan bayangan dicerminkan? Setelah itu amati juga bentuk/ukuran objek dan bayangan!

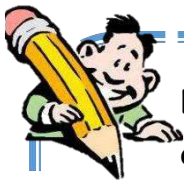
Penyelesaian:

Berdasarkan pengamatanmu, bagaimana bentuk dan ukuran bayangan objek setelah dicerminkan?

.....
.....

Berdasarkan pengamatanmu, bagaimana jarak objek ke cermin dan jarak bayangan ke cermin?

.....
.....



Berdasarkan analisis jawaban kalian pada pengamatan di atas, apa yang dapat kalian simpulkan terkait sifat refleksi?

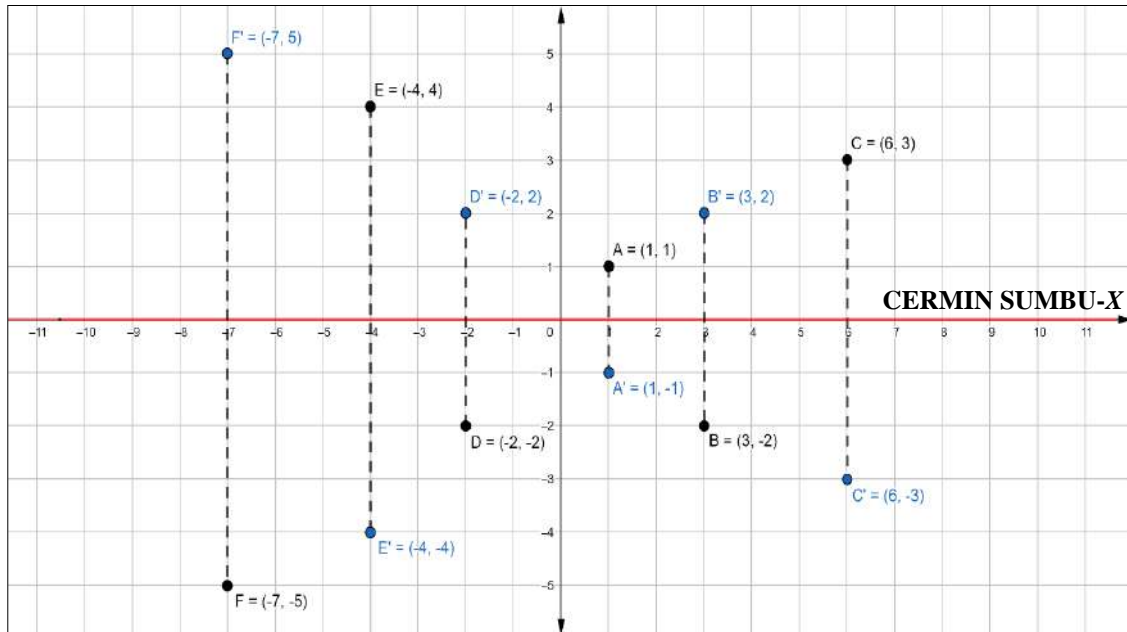
.....
.....
.....
.....



KEGIATAN 2: MATRIKS TRANSFORMASI REFLEKSI

1. Refleksi terhadap sumbu x

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap sumbu- x pada koordinat kartesius di atas!

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

| Titik Awal | Bayangan Titik |
|-------------------|--------------------|
| $A(1,1)$ | $A'(1, -1)$ |
| $B(\dots, \dots)$ | $B'(\dots, \dots)$ |
| $C(\dots, \dots)$ | $C'(\dots, \dots)$ |
| $D(\dots, \dots)$ | $D'(\dots, \dots)$ |
| $E(\dots, \dots)$ | $E'(\dots, \dots)$ |
| $F(\dots, \dots)$ | $F'(\dots, \dots)$ |

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu- x akan mempunyai koordinat bayangan $A'(\dots, \dots)$, misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

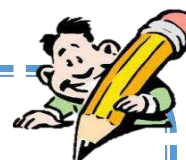
$$A(x, y) \xrightarrow{C_{\text{Sumbu-...}}} A'(\dots, \dots)$$

Dengan perkalian matriks, maka

$$\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$$\begin{aligned} x &= \dots & -a &= \dots \text{ dan } b = \dots \\ -y &= \dots & -c &= \dots \text{ dan } d = \dots \end{aligned}$$



Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap sumbu- x adalah

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks pencerminan terhadap sumbu- x adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu- x maka tentukan bayangan titik A!

Penyelesaian:

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A(x, y) \longrightarrow A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\dots, \dots)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu- x maka tentukan persamaan bayangan garis k !

Penyelesaian:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

diperoleh,

$$x' = \dots \iff x = \dots$$

$$y' = \dots \iff y = \dots$$

Substitusikan $x = \dots$ dan $y = \dots$ ke persamaan garis k

$$3x - 2y - 5 = 0$$

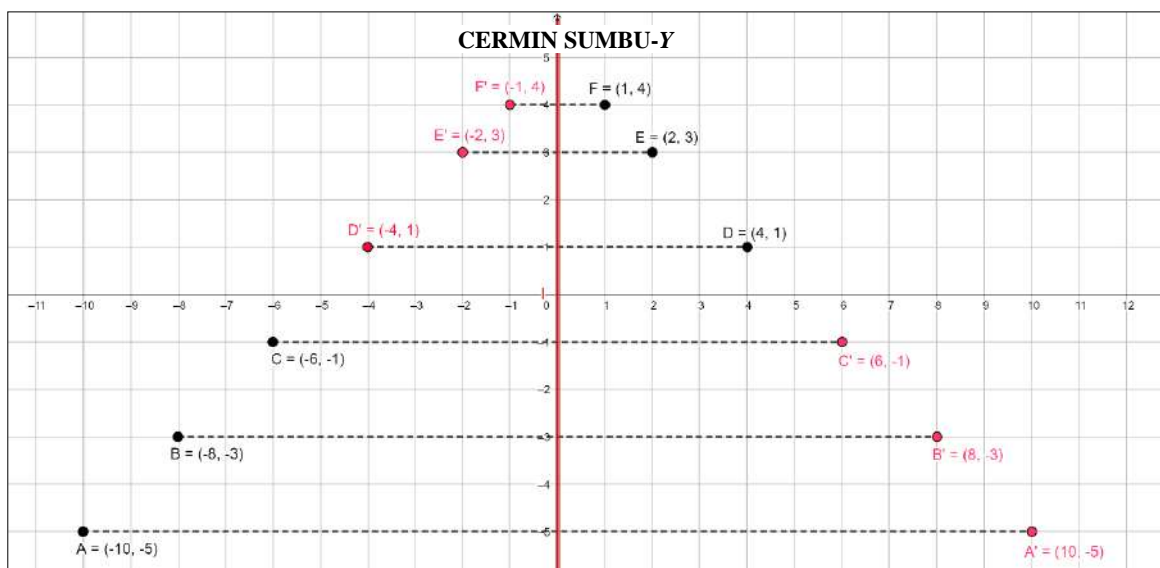
$$3(\dots) - 2(\dots) - 5 = 0$$

$$3\dots + 2\dots - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $3\dots + 2\dots - 5 = \dots$

2. Refleksi terhadap sumbu y

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap sumbu- y pada koordinat kartesius di atas!

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

| Titik Awal | Bayangan Titik |
|-------------------|--------------------|
| $A(-10, -5)$ | $A'(10, -5)$ |
| $B(\dots, \dots)$ | $B'(\dots, \dots)$ |
| $C(\dots, \dots)$ | $C'(\dots, \dots)$ |
| $D(\dots, \dots)$ | $D'(\dots, \dots)$ |
| $E(\dots, \dots)$ | $E'(\dots, \dots)$ |
| $F(\dots, \dots)$ | $F'(\dots, \dots)$ |

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu-y akan mempunyai koordinat bayangan $A'(\dots, \dots)$, misalkan matriks transformasinya

adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$A(x, y) \xrightarrow{C_{\text{Sumbu-}y}} A'(\dots, \dots)$$

Dengan perkalian matriks, maka

$$\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$$-x = \dots \quad -a = \dots \text{ dan } b = \dots$$

$$y = \dots \quad -c = \dots \text{ dan } d = \dots$$

Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap sumbu-y adalah

$$C = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks pencerminan terhadap sumbu-x adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap sumbu- y maka tentukan bayangan titik A !

Penyelesaian:

$$M_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A(x, y) \xrightarrow{\quad} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\dots, \dots)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap sumbu- y maka tentukan persamaan bayangan garis k !

Penyelesaian:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$M_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A(x, y) \xrightarrow{\quad} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

diperoleh,

$$x' = \dots \iff x = \dots$$

$$y' = \dots \iff y = \dots$$

Substitusikan $x = \dots$ dan $y = \dots$ ke persamaan garis k

$$3x - 2y - 5 = 0$$

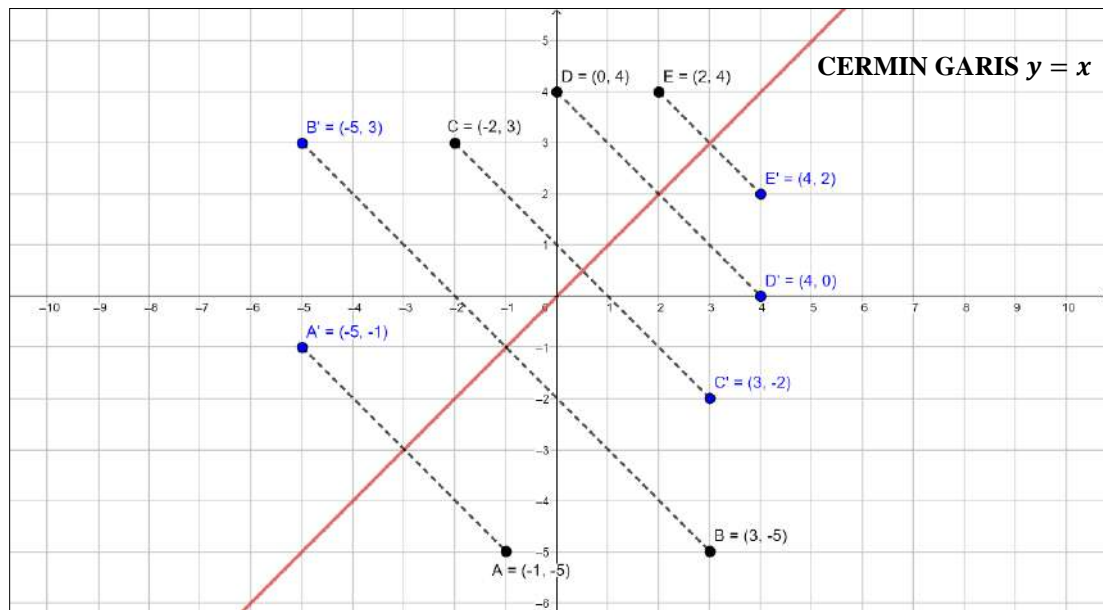
$$3(\dots) - 2(\dots) - 5 = 0$$

$$-3\dots - 2\dots - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $-3\dots - 2\dots - 5 = \dots$

3. Refleksi terhadap garis $y = x$

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap garis $y = x$ pada koordinat kartesius di atas!

Penyelesaian:

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

| Titik Awal | Bayangan Titik |
|-------------------|--------------------|
| $A(-1, -5)$ | $A'(-5, -1)$ |
| $B(\dots, \dots)$ | $B'(\dots, \dots)$ |
| $C(\dots, \dots)$ | $C'(\dots, \dots)$ |
| $D(\dots, \dots)$ | $D'(\dots, \dots)$ |
| $E(\dots, \dots)$ | $E'(\dots, \dots)$ |

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu- y akan mempunyai koordinat bayangan $A'(\dots, \dots)$, misalkan matriks transformasinya

adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$A(x, y) \xrightarrow{C} A'(\dots, \dots)$$

Dengan perkalian matriks, maka

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$$\begin{aligned} y &= \dots & - a &= \dots \text{ dan } b = \dots \\ x &= \dots & - c &= \dots \text{ dan } d = \dots \end{aligned}$$



Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka tentukan bayangan titik A!

Penyelesaian:

$$M_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\dots, \dots)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = x$ maka tentukan persamaan bayangan garis k !

Penyelesaian:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

diperoleh,

$$x' = \dots \iff x = \dots$$

$$y' = \dots \iff y = \dots$$

Substitusikan $x = \dots$ dan $y = \dots$ ke persamaan garis k

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(\dots) - 2(\dots) - 5 = 0$$

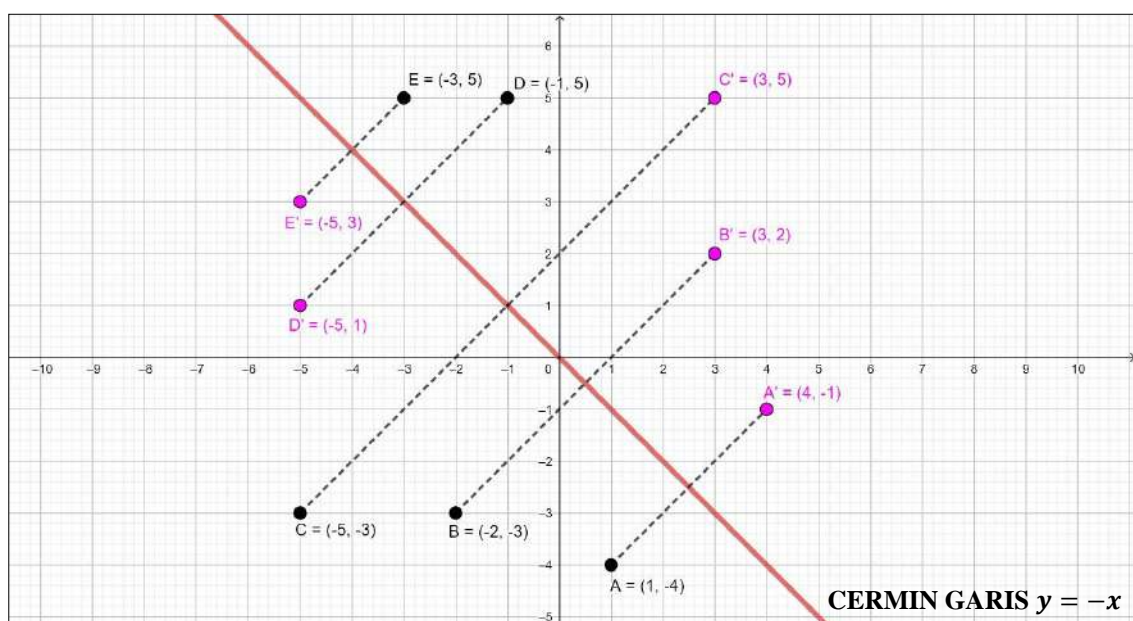
$$3\dots - 2\dots - 5 = 0$$

$$-2\dots + 3\dots - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $-2\dots + 3\dots - 5 = \dots$

4. Refleksi terhadap garis $y = -x$

Perhatikan gambar berikut ini!



Amati pencerminan beberapa titik terhadap garis $y = -x$ pada koordinat kartesius di atas!

Tuliskan titik-titik tersebut beserta bayangan titik hasil pencerminan pada tabel berikut!

| Titik Awal | Bayangan Titik |
|-------------------|--------------------|
| $A(1, -4)$ | $A'(4, -1)$ |
| $B(\dots, \dots)$ | $B'(\dots, \dots)$ |
| $C(\dots, \dots)$ | $C'(\dots, \dots)$ |
| $D(\dots, \dots)$ | $D'(\dots, \dots)$ |
| $E(\dots, \dots)$ | $E'(\dots, \dots)$ |

Berdasarkan pengamatan pada tabel, secara umum jika titik $A(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu- y akan mempunyai koordinat bayangan $A'(\dots, \dots)$, misalkan matriks transformasinya adalah $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$A(x, y) \xrightarrow{C} A'(\dots, \dots)$$

Dengan perkalian matriks, maka

$$\begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Dengan konsep kesamaan matriks, maka

$$y = \dots \quad - a = \dots \quad \text{dan} \quad b = \dots$$

$$x = \dots \quad - c = \dots \quad \text{dan} \quad d = \dots$$



Dapat disimpulkan matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Sehingga secara umum dapat dituliskan formula matriks pencerminan terhadap garis $y = x$ adalah

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Contoh Soal

1. Jika titik $A(-4, -3)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka tentukan bayangan titik A!

Penyelesaian:

$$M_x = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(x, y) \longrightarrow A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A adalah $A'(\dots, \dots)$

2. Jika garis $k: 3x - 2y - 5 = 0$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$ maka tentukan persamaan bayangan garis k !

Penyelesaian:

Misal titik $A(x, y)$ memenuhi persamaan $3x - 2y - 5 = 0$ sehingga

$$M_x = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A(x, y) \longrightarrow A'(x', y')$$

Diperoleh,

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

diperoleh,

$$x' = \dots \iff x = \dots$$

$$y' = \dots \iff y = \dots$$

Substitusikan $x = \dots$ dan $y = \dots$ ke persamaan garis k

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(\dots) - 2(\dots) - 5 = 0$$

$$-3\dots + 2\dots - 5 = 0$$

$$2\dots - 3\dots - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis k adalah $2\dots - 3\dots - 5 = \dots$